

**Olimpíada
Brasileira
de Física
2006**



Olimpíada Brasileira de Física 2006

Gabarito - Segunda Fase

Primeira e Segunda Séries

Questão 01 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Dados:

> intervalo de tempo: $\Delta t = 4 \text{ min} = 240 \text{ s}$

> volume de água a ser elevado: 1 m^3

> altura do reservatório: 12 m

> são desprezadas as resistências.

a) cálculo do trabalho

i) tem-se que obter a massa da água a partir de sua massa específica

$$\mu = m / V \quad \therefore \quad m = 1000 \cdot 1 \quad \text{ou seja} \quad m = 1000 \text{ kg}$$

ii) cálculo do trabalho

O trabalho da bomba é, em módulo, igual ao trabalho da força peso e, portanto, pode ser calculado pela variação da energia potencial gravitacional.

$$\tau = |\Delta E_{pg}| = |m \cdot g \cdot y_o - m \cdot g \cdot y|$$

Com um referencial no ponto de onde a bomba puxa a água, a expressão fica:

$$\tau = |m \cdot g \cdot 0 - m \cdot g \cdot y| \quad \text{ou seja} \quad \tau = 1000 \cdot 10 \cdot 12 \quad \tau = 12 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) cálculo da potência

$$P = \tau / \Delta t \Rightarrow P = 12 \cdot 10^4 / 240 \quad \therefore \quad P = 500 \text{ W}$$

Questão 02 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

a) Valor da velocidade v_B

Deverá ser calculada a velocidade do bloco no ponto B pelo princípio da conservação da energia, pois atuam apenas duas forças: o peso que é uma força conservativa e a reação de apoio que é perpendicular à trajetória em qualquer instante (trabalho nulo). Para um referencial no ponto B, tem-se:

$$E_{pgA} + E_{cA} = E_{pgB} + E_{cB} \rightarrow m \cdot g \cdot y_{AB} + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_B)^2 \quad \therefore \quad v_B = 6 \text{ m/s}$$

b) cálculo do tempo t_{BC}

Ao movimento do móvel desde B até C pode ser aplicado o princípio da independência de Galileu, ou seja, uma queda livre na vertical e um movimento uniforme na horizontal. O tempo para ir desde B até C é o mesmo tempo para cair de uma altura y_{BC}

$$y_{BC} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_{BC})^2 \rightarrow 1,8 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t_{BC})^2 \quad \therefore \quad t_{BC} = (0,36)^{1/2} \quad \text{ou} \quad t_{BC} = 0,6 \text{ s}$$

c) cálculo da distância x

A distância x (alcance) é igual à distância percorrida em movimento uniforme na horizontal no mesmo tempo em que dura a sua queda (0,6 s)

$$x_{BC} = v_x \cdot t_{BC} \quad \text{ou seja} \quad x = v_B \cdot t_{BC} \quad \text{ou} \quad x = 6 \cdot 0,6 \quad \therefore \quad x = 3,6 \text{ m}$$

Questão 03 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Trata-se de um problema convencional de lançamento vertical e de aplicação imediata das fórmulas.

Dados

> desconsiderar a resistência do ar

> altura a ser atingida = 20 m

a) determinar a velocidade de lançamento

Pode ser usada a equação de Torricelli para um lançamento contra o campo gravitacional

no ponto mais alto $v=0\text{m/s}$ e $y=20\text{m}$, assim:

$$v^2 = v_0^2 - 2.g.y$$

$$0^2 = v_0^2 - 2.10.20 \quad \therefore \quad v_0 = 20 \text{ m/s}$$

b) o tempo para ir e voltar é o dobro do tempo dispendido para chegar à altura máxima, ou para a velocidade tornar-se igual a zero.

Usando a expressão da velocidade como função do tempo, fica:

$$v = v_0 - gt$$

impondo a condição de que $v=0\text{m/s}$ (ponto mais alto da trajetória) vem:

$$0 = v_0 - gt \Rightarrow 0 = 20 - 10.t \Rightarrow 10t = 20 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

finalmente o tempo vale:

$$\Delta t = 2.t \text{ ou } \Delta t = 4\text{s}$$

Questão 04 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Trata-se de uma comparação do valor da aceleração da gravidade em dois corpos celestes.

Depende de ser lembrada a expressão de cálculo do campo gravitacional g em função das dimensões do astro e de manipulação algébrica. Não é preciso fornecer nem massas nem raios pois é pedido apenas uma relação entre os campos.

Dados

$$> M_S = 320000.M_T$$

$$> D_S = 100.D_T \text{ ou } R_S = 100.R_T$$

i) expressões do campo gravitacional

$$(\text{Sol}) \quad g_S = G . M_S / (R_S)^2$$

$$(\text{Terra}) \quad g_T = G . M_T / (R_T)^2$$

Substituindo M_S e R_S na expressão de g_S :

$$g_S = G . 320000.M_T / (100.R_T)^2 \quad \therefore \quad g_S = G . 320000.M_T / 10000 (R_T)^2$$

$$g_S = G . 32.M_T / (R_T)^2 \quad \therefore \quad g_S = 32.G . M_T / (R_T)^2$$

$$g_S = 32. g_T$$

Questão 05 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

A questão é determinar o valor do empuxo capaz de sustentar a carga mais o peso do H₂ contido no próprio balão.

É preciso também saber que o empuxo E tem o mesmo valor do peso do ar deslocado.

a) cálculo do volume mínimo do balão

i) Empuxo = peso do ar deslocado = $\mu_{AR} \cdot g \cdot V$
massa total (m_T) = massa suspensa + massa do H₂ dentro do balão
 $m_T = 180 + m_{H_2} \Rightarrow m_T = 180 + \mu_{H_2} \cdot V$

a expressão em termos de peso, fica: $P_T = g \cdot (180 + \mu_{H_2} \cdot V)$

ii) O empuxo deve ser igual ao peso do conjunto para que as condições do problema sejam satisfeitas. Portanto:

$$P_T = E \Rightarrow g \cdot (180 + \mu_{H_2} \cdot V) = \mu_{AR} \cdot g \cdot V \quad \text{ou} \quad 180 + \mu_{H_2} \cdot V = \mu_{AR} \cdot V$$

$$180 + 0,090 \cdot V = 1,30 \cdot V \quad \therefore \quad 1,21V = 180 \Rightarrow V = 148,76 \text{ m}^3$$

b) cálculo do raio do balão:

$$V = 4\pi R^3 / 3 \Rightarrow 148,76 = 4,3 \cdot R^3 / 3 \Rightarrow R^3 = 37,19 \Rightarrow R = \sqrt[3]{37,19} \text{ m}$$

Questão 06 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Exige aplicação da equação de Clapeyron e do conceito de massa específica

$$pV = n R T \quad \text{em que} \quad n = m / M \quad \text{portanto} \quad pV = (m/M)RT$$

São dados:

$$\begin{aligned} p &= 1,0 \text{ atm} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V &= 6,0 \times 4,0 \times 3,0 = 72 \text{ m}^3 \\ M &= 29 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ T &= 17^\circ\text{C} = 290\text{K} \\ 30 \text{ dm}^3 &= 30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

a) massa de ar contido na sala:

$$pV = (m/M)RT \quad \therefore \quad 1 \cdot 10^5 \cdot 72 = (m/29 \cdot 10^{-3}) \cdot 8,3 \cdot 290$$

$$m = (1 \cdot 10^5 \cdot 72 \cdot 10^{-3}) / (8,3 \cdot 10) \Rightarrow m = 86,8 \text{ kg}$$

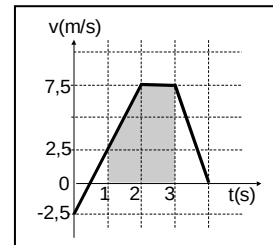
b) massa específica:

$$\mu = m / V \quad \text{ou} \quad \mu = 86,8 / 30 \cdot 10^{-3} \quad \therefore \quad \mu = 2,89 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Questão 07 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Aqui é exigido do aluno análise de diagramas. Num diagrama $v = f(t)$, o deslocamento do móvel é calculado pela área sob a curva, entre os instantes considerados. Além da interpretação do diagrama, é necessário saber “ler” os valores que serão considerados, pois não estão diretamente indicados.

a) O deslocamento é numericamente igual à área hachurada e fica por conta do estudante encontrá-la por meio de somas de áreas de figuras que compõe a figura em questão. Conferir se as opções são corretas e coerentes.



Deverá encontrar o valor igual a:
área hachurada $\rightarrow \Delta x = 12,5\text{m}$

b) a aceleração é encontrada pelo valor da inclinação da reta para o instante considerado. Para $t=1\text{s}$, o estudante escolhe um valor para Δv e um correspondente para Δt para a reta que corresponde ao intervalo de tempo que vai desde 0s até 2s . Conferir se as opções são corretas e coerentes.

$$\text{inclinação} \rightarrow v = \Delta t / \Delta t = (7,5 - (-2,5)) / (2-0) = 10 / 2 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}^2$$

Questão 08 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Como o sistema está em equilíbrio o problema consiste em analisar os esforços envolvidos e impor as condições de equilíbrio. O estudante precisa identificar as forças envolvidas e equilibrá-las.

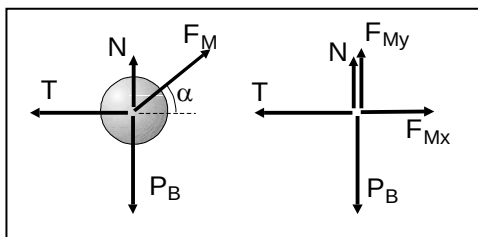
$$k_{\text{mola}} = k_M = 1,0 \text{ kN/m}$$

$$P_B = 200\text{N}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$P_A = 49\text{N}$$

F_M = força elástica na mola



a) força de reação N

i) Deverá ser explicitado que a tração no cabo é igual ao peso do corpo A pois o sistema tem uma aceleração nula ou seja:

$\Rightarrow$ no corpo pendente:

$$T - P_A = m_A \cdot a$$

$$T = 49 \text{ N}$$

$$T - 49 = m_A \cdot 0$$

ii) A componente horizontal da resultante na bola é nula:

$\Rightarrow$ na bola:

$$F_{Mx} - T = 0 \Rightarrow F_{Mx} = F_M \cos 45^\circ = 49 \text{ N} \therefore F_M = 49 / 0,7 \text{ ou } F_M = 70 \text{ N}$$

iii) A componente vertical da resultante na bola também é nula:

$$F_{My} + N - P_B = 0 \Rightarrow N = P_B - F_{My} \Rightarrow N = P_B - F_M \sin 45^\circ \quad N = 200 - 70 \cdot 0,7$$

$$N = 200 - 49 \therefore N = 151 \text{ N}$$

b) deformação da mola

A deformação x da mola vem da expressão algébrica da lei de Hooke:

$$F_M = k \cdot x \text{ ou } x = F_M / k \Rightarrow x = 70 / 1.10^3 \text{ portanto } x = 0,07 \text{ m ou } 7\text{cm}$$

Questão 09 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

a) Tração T_S

Quando o corpo A está sendo sustentado, o sistema está em equilíbrio ou seja sua aceleração é nula. Isolando B e C tem-se com a 2a lei de Newton:

$$T_S - P_B - P_C = (m_B + m_C) a$$

$$T_S - m_B \cdot g - m_C \cdot g = (m_B + m_C) a \Rightarrow T_S - 2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 = (1 + 2) \cdot 0 \Rightarrow T_S = 30 \text{ N}$$

b) Tração T_L

i) Ao se largar o corpo o corpo A, o sistema perde o equilíbrio e acelera. Com a 2a lei de Newton aplicada aos corpos A B e C e supondo-se que o deslocamento seja no sentido anti horário, tem-se:

$$P_A - P_B - P_C = (m_A + m_B + m_C) \cdot a \quad \text{ou} \quad m_A \cdot g - m_B \cdot g - m_C \cdot g = (m_A + m_B + m_C) \cdot a$$
$$7 \cdot 10 - 2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 = (7 + 2 + 1) \cdot a \quad \therefore a = 4 \text{ m/s}^2$$

ii) Isolando B e C e aplicando a 2a lei de Newton ao corpo A, tem-se:

$$T_L - P_B - P_C = (m_B + m_C) \cdot a \Rightarrow T_L - m_B \cdot g - m_C \cdot g = (m_B + m_C) \cdot a \Rightarrow$$
$$T_L - 2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 = (1 + 2) \cdot 4$$

$$T_L = 42 \text{ N}$$

Questão 10 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

O recipiente adiabático citado, além de não trocar calor com o ambiente, não participa das trocas de calor (capacidade térmica desprezível). O problema se reduz, então, à análise das trocas de calor entre a água quente e o gelo moído.

O problema é resolvido pela suposição de que todo o gelo é fundido e a água oriunda da fusão continua a receber calor da água quente. Se a resposta for incoerente, outras hipóteses devem ser lançadas.

Em um sistema adiabático sempre valerá:

$$\Sigma Q \text{ trocados} = 0 \quad \text{ou ainda,} \quad \Sigma Q \text{ recebidos} + \Sigma Q \text{ cedidos} = 0$$

a) temperatura de equilíbrio térmico

$$\Sigma Q \text{ recebidos} + \Sigma Q \text{ cedidos} = 0$$

Q recebido para fundir o gelo a 0°C + Q recebido para aquecer a água de fusão + Q cedido para resfriar a água quente = 0

$$m_g \cdot L_f + m_g \cdot c \cdot (\theta - \theta_o) + m_a \cdot c \cdot (\theta - \theta_o) = 0$$
$$100 \cdot 80 + 100 \cdot 1 \cdot (\theta - 0) + 200 \cdot 1 \cdot (\theta - 100) = 0 \Rightarrow$$
$$8000 + 100 \cdot \theta + 200 \cdot \theta - 20000 = 0$$

$$\text{portanto } \theta_{\text{equilíbrio}} = 40^\circ\text{C} \text{ (suposição consistente)}$$

b) quantidade de calor cedida pela água quente

O calor cedido pela água quente vem de:

$$Q \text{ cedido} = m_a \cdot c \cdot (\theta - \theta_o) \Rightarrow Q \text{ cedido} = 200 \cdot 1 \cdot (40 - 100) \Rightarrow$$

$$Q_{\text{cedido}} = -12000 \text{ cal}$$

O sinal apenas confirma que o calor foi cedido.

Questão 11 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Trata-se de um problema de associação de engrenagens/polias, relacionado ao M.C.U.

$$\begin{array}{ll} R_A = 10 \text{ cm} & R_B = 4,0 \text{ cm} \\ f_A = 2,0 \text{ Hz} & f_B = ? \end{array}$$

a) frequência de rotação da engrenagem menor

A velocidade escalar da corrente é a mesma nas duas engrenagens:

$$v_A = v_B$$

Assim

$$\omega_A R_A = \omega_B R_B \quad (\omega - \text{velocidade angular})$$

Ou

$$2\pi \cdot f_A \cdot R_A = 2\pi \cdot f_B \cdot R_B$$

$$2 \cdot 10 = f_B \cdot 4$$

$$\boxed{f_B = 5 \text{ Hz}}$$

b) Velocidade de translação da bicicleta

$$v = ?$$

A velocidade de translação da bicicleta é igual à velocidade de um ponto da periferia da roda, que gira com freq. $f_B = 5 \text{ Hz}$ (A roda é concêntrica e solidária à engrenagem menor)

$$R = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$

$$v = 2\pi R f_B$$

$$v = 2 \cdot 3 \cdot 0,30 \cdot 5$$

$$\boxed{v = 9 \text{ m/s}} \quad \text{ou} \quad \boxed{v = 32,4 \text{ km/h}}$$

Questão 12 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Trata-se de um problema que envolve as forças atuantes no M.C.U.

Se a sensação do peso triplica, a reação normal da pista para equilibrar é:

$$N = 3P$$

A força centrípeta neste ponto da trajetória é dada pela resultante entre a reação de apoio e o peso.

E como atuam na mesma direção, vem:

$$F_C = N - P \Rightarrow F_C = 3P - P \Rightarrow F_C = 2P$$

$$F_C = 2 \cdot m \cdot g$$

Então:

$$\frac{m v^2}{R} = 2 m g \quad \text{implica que}$$

$$v^2 = 2 \cdot R \cdot g$$

Sendo $R = 80 \text{ m}$ e $g = 10/\text{s}^2$

$$v^2 = 2 \cdot 80 \cdot 10$$

$$v^2 = 1600$$

$$\boxed{v = 40 \text{ m/s}}$$

Questão 13 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

A questão requer conhecimentos sobre prensa hidráulica e equilíbrio do corpo rígido.

a) Força F_1 aplicada no êmbolo menor

Equilíbrio da prensa hidráulica:

$$F_1 \cdot A_M = P \cdot A_m$$

(A_M - área do êmbolo maior; A_m - área do êmbolo menor; $A = \pi R^2$)

$$\begin{aligned} 600 \cdot \pi (10 \cdot 10^{-3})^2 &= F_1 \cdot \pi (100 \cdot 10^{-3})^2 \\ 600 \cdot 10^{-4} &= F_1 \cdot 10^{-2} \\ \boxed{F_1 = 6 \text{ N}} \end{aligned}$$

b) Força F aplicada pelo operador

No equilíbrio de rotação, a somatória dos momentos relativos ao eixo de rotação é igual a zero:

(Considerar a mesma pontuação caso o estudante use diretamente a equação das alavancas: $F \cdot d = F_1 \cdot d_1$)

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0 \\ F \cdot 0,4 + (-F_1) \cdot 0,1 &= 0 \\ F \cdot 0,4 - 6 \cdot 0,1 &= 0 \\ F &= 0,6 / 0,4 \\ \boxed{F = 1,5 \text{ N}} \end{aligned}$$

Questão 14 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Problema sobre irradiação do calor.

a) Expressão E/t em função de S e T

i) Chamando de K a constante de proporcionalidade (considerar outros símbolos atribuídos pelos alunos e conferir a coerência) conforme o enunciado, vem:

$$E / t = K \cdot S \cdot T^4$$

ii) cálculo do valor de K

Definida a expressão, K pode ser expresso como:

$$K = E / t \cdot S^{-1} \cdot T^{-4}$$

como a lâmpada incandescente descrita irradia 100% da energia elétrica que utiliza pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \text{Pot} &= E / t \text{ ou} \\ K &= \text{Pot} \cdot S^{-1} \cdot T^{-4} \end{aligned}$$

Sendo $\text{Pot} = 81 \text{ W}$ e $S = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$
 $\theta_c = 2727^\circ\text{C} \rightarrow T = 3000\text{K}$,

temos

$$K = 81 \cdot S^{-1} \cdot T^{-4}$$

$$K = 81 \cdot (2,5 \cdot 10^{-5})^{-1} \cdot (3 \cdot 10^3)^{-4}$$

$$K = 81 \cdot 0,4 \cdot 10^5 \cdot (1/81) \cdot 10^{-12}$$

$$K = 0,4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-12}$$

$$\boxed{K = 4 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}}$$

b) Nova potência dissipada pela lâmpada (Pot')

$$\text{temperatura } \theta_c' = 1727^\circ\text{C} \rightarrow T' = 2000 \text{ K}$$

$$\text{Pot}' = K \cdot S \cdot T'^4$$

$$\text{Pot}' = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot (2 \cdot 10^3)^4$$

$$\text{Pot}' = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 16 \cdot 10^{12}$$

$$\boxed{\text{Pot}' = 16 \text{ W}}$$

Questão 15 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Problemas sobre lentes.

Dados: $O = 30 \text{ cm}$ altura do objeto
 $I = 10 \text{ cm}$ altura da imagem
 $p' = 12 \text{ cm}$ distância da imagem à lente

a) Distância focal da lente

Pela equação da ampliação

$$A = I/O = 10/30 = 1/3$$

Como neste caso a imagem é real e invertida, implica que $A < 0$.

$$A = -1/3 \rightarrow A = -p'/p \rightarrow -1/3 = -12/p \quad \therefore \quad p = 36 \text{ cm}$$

Aplicando a equação de Gauss

$$1/f = 1/p + 1/p' \Rightarrow 1/f = 1/36 + 1/12$$

$$\boxed{f = 9 \text{ cm}} \quad \text{ou} \quad f = 0,09 \text{ m}$$

b) Raio de curvatura

Aplicando a equação de Halley

$$1/f = ((n_v/n_{ar}) - 1) [(1/R_1) + (1/R_2)] \quad \text{mas } R_2 = \infty$$

$$1/9 = ((1,5/1) - 1) [(1/R_1)]$$

$$\boxed{R = 4,5 \text{ cm}} \quad \text{ou} \quad R = 0,045 \text{ m}$$

Questão 16 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Questão sobre relação entre trabalho e variação da energia mecânica

$$\tau_{\text{ext}} = \Delta E_M = -\Delta E_p$$

O trabalho realizado pelo operário é numericamente igual à variação da Energia Potencial gravitacional (E_{pg}) do tijolo

Trabalho unitário (sobre um tijolo)

$$\tau = P \cdot \Delta y \quad \Delta y \rightarrow \text{deslocamento vertical do tijolo}$$

$$\tau = m \cdot g \cdot \Delta y$$

$$\tau = 2 \cdot 10 \cdot 3$$

$$\tau = 60 \text{ J}$$

O trabalho mecânico total realizado pelo operário, vale, portanto:

$$\tau_t = n \cdot \tau$$

$$\tau_t = 1000 \cdot (60)$$

$$\tau_t = 60000 \text{ J} \quad \text{ou} \quad \tau_t = 6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Questão 17 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

A questão envolve o conceito de trabalho e equações da cinemática e dinâmica.

Dados: $m = 10 \text{ kg}$

$$\Delta y = 2,0 \text{ m} \rightarrow \text{deslocamento vertical}$$

$$F_C = 60 \text{ N} \rightarrow \text{força de atrito}$$

a) trabalho realizado pelo operador

i) Força exercida pelo operador

$$F_O = ?$$

$$F_O = P + F_C$$

$$F_O = m \cdot g + 60$$

$$F_O = 10 \cdot 10 + 60$$

$$F_O = 160 \text{ N}$$

ii) trabalho

$$\tau = F_O \cdot \Delta y$$

$$\tau = 160 \cdot 2$$

$$\tau = 320 \text{ J}$$

b) Tempo para chegar ao fundo do tubo

i) Quando a corda se rompe, a força resultante sobre a peça é:

$$F_R = P - F_C \rightarrow (\text{o atrito sempre atua no sentido contrário do movimento})$$

$$F_R = 100 - 60$$

$$F_R = 40 \text{ N}$$

ii) A aceleração será dada pela aplicação da 2ª. lei de Newton:

$$a = F_R / m = 40 / 10 = 4 \text{ m/s}^2$$

iii) Se a aceleração é constante em um movimento retilíneo temos um M.R.U.V. em que :

$$\Delta y = \frac{1}{2} a t^2$$

$$2 = \frac{1}{2} 4 \cdot t^2$$

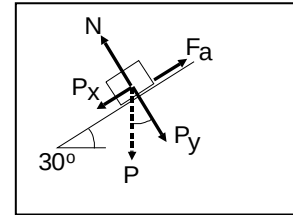
$$\therefore t = 1 \text{ s}$$

Questão 18 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Questão sobre o plano inclinado e equilíbrio.

Dados: $m = 2,0 \text{ kg}$

$$\alpha = 30^\circ$$



a) Força de atrito

Como a situação é de equilíbrio (M.R.U.)

$$f_a = P_x \quad (P_x \rightarrow \text{componente do peso paralela ao plano})$$

$$f_a = P \cdot \sin 30^\circ$$

$$f_a = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ$$

$$f_a = 2 \cdot 10 \cdot 0,5$$

$$\boxed{f_a = 10 \text{ N}}$$

b) força de reação à compressão (reação normal)

$N = ? \rightarrow$ situação de equilíbrio também na perpendicular ao plano

$$N = P_y$$

$$N = P \cdot \cos 30^\circ$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ$$

$$N = 20 \cdot 0,87$$

$$\boxed{N = 17,4 \text{ N}}$$

Questão 19 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

Questão sobre a relação entre impulso e variação da quantidade de movimento.

Dados: $m = 1,0 \text{ kg}$ $\Delta t = 1,0 \text{ s}$

$$v_E = 0,25 \text{ m/s} \quad v_S = 2,0 \text{ m/s}$$

a) Força horizontal exercida pelo jardineiro

A quantidade de movimento inicial é:

$$Q_1 = m \cdot v_E \rightarrow Q_1 = 1 \cdot 0,25 \rightarrow Q_1 = 0,25 \text{ kg.m/s}$$

A quantidade de movimento final é:

$$Q_2 = m \cdot v_S \rightarrow Q_2 = 1 \cdot 2 \rightarrow Q_2 = 2 \text{ kg.m/s}$$

Pela relação impulso e quantidade de movimento (teorema do impulso):

$$I = \Delta Q$$

Como $I = F \cdot \Delta t$, vem:

$$F \cdot \Delta t = Q_2 - Q_1$$

$$F \cdot 1 = 2 - 0,25$$

$$F = 1,75 \text{ N}$$

$$\boxed{F = 1,75 \text{ N}}$$

b) Força de reação da parede

$$F_p$$

$$\text{Quantidade de movimento inicial} \rightarrow Q_1 = 1 \cdot 2,0 = 2,0 \text{ kg.m/s}$$

$$\text{Quantidade de movimento final} \rightarrow Q_2 = 0$$

A massa, de acordo com a figura, se espalha igualmente em todas as direções. Nessas condições, a variação da quantidade de movimento da água após bater na parede é 0.

Assim, $Q_2 = 0$

Considerando $I = \Delta Q$

$$\begin{aligned} I &= Q_2 - Q_1 \quad \text{e} \quad I = F \cdot \Delta t \\ F \cdot \Delta t &= 0 - 2,0 \\ F \cdot \Delta t &= -2,0 \\ F_p \cdot 1 &= -2,0 \end{aligned}$$

$$\boxed{F_p = -2,0 \text{ N}} \quad \text{O sinal negativo indica força para a esquerda.}$$

Questão 20 - 1a e 2a séries (6,0 pontos)

A questão envolve movimento parabólico (lançamento horizontal) e conservação da quantidade de movimento no choque inelástico.

$$\begin{aligned} \text{Dados:} \quad m_C &= 10\text{kg} & v_C &= 5\text{m/s} \\ m_B &= 5\text{ kg} & v_B &= ? \end{aligned}$$

a) Cálculo da velocidade de colisão da bola com o carrinho

No lançamento horizontal

$$v_{Bx} = \text{constante} \quad \rightarrow \quad v_{Bx} = \Delta x / t$$

e

$$v_{By} = g \cdot t \quad \text{é variável (movimento de queda)}$$

Entretanto, pelo princípio da independência dos movimentos, o tempo gasto pela bola para cair e atingir o carrinho 5 m abaixo e avançar até a posição do carrinho, 10 m adiante, é o mesmo, pois enquanto a bola se desloca horizontalmente com velocidade v_{Bx} , cai em queda livre na vertical com velocidade v_{By} :

Sendo $\Delta y = 5\text{m}$

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad 5 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \quad \therefore \quad t = 1 \text{ s}$$

como $v_{Bx} = \Delta x / t$; $\Delta x = 10 \text{ m}$ e $t = 1 \text{ s}$

$$\boxed{v_{Bx} = 10 \text{ m/s}}$$

Na vertical

$$v_{By} = g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_{By} = 10 \cdot 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{v_{By} = 10 \text{ m/s}}$$

A velocidade v_B é a soma vetorial de v_{Bx} com v_{By}

$$\begin{aligned} v_B &= [(v_{Bx})^2 + (v_{By})^2]^{1/2} \\ v_B &= [10^2 + 10^2]^{1/2} \end{aligned}$$

$$\boxed{v_B = 10 \sqrt{2} \text{ m/s}} \quad v_B = 14,1 \text{ m/s}$$

b) Velocidade do carrinho depois do choque

No instante da colisão surge uma força de impacto que é uma força externa ao sistema carrinho-bola e que introduz um impulso que altera a sua quantidade de movimento. Todavia esta força de impacto é vertical e só altera a quantidade de movimento no eixo vertical, cuja análise não interessa ao problema. No eixo horizontal, entretanto, há conservação da quantidade de movimento e podemos escrever $Q_{\text{depois}} = Q_{\text{antes}}$

Quantidade de movimento (horizontal) do sistema antes do choque.

$$Q_{\text{Antes}} = m_B \cdot v_{Bx} + m_C \cdot v_C$$

$$Q_{\text{Antes}} = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 10$$

Quantidade de movimento (horizontal) do sistema depois do choque:

$$Q_{\text{Depois}} = (m_C + m_B) \cdot v$$

$$Q_{\text{Depois}} = (10 + 5) \cdot v$$

Como há conservação da quantidade de movimento(horizontal),

$$Q_{\text{Depois}} = Q_{\text{Antes}}$$

Daí:

$$(m_C + m_B) \cdot v = m_B \cdot v_{Bx} + m_C \cdot v_C$$

$$(10 + 5) \cdot v = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 10$$

$$15 \cdot v = 50 + 50$$

$$v = 100 / 15$$

$$\boxed{v \approx 6,67 \text{ m/s}}$$