

**Olimpíada
Brasileira
de Física
2006**



Olimpíada Brasileira de Física 2006

Gabarito - Terceira Fase

**Primeira e Segunda Séries
Prova Teórica**

3ª fase - Prova da 1ª e da 2ª série

1) As expressões aqui mostradas foram montadas sem o auxílio de editores de equações. Em função disso, como exemplo, no texto, o inverso de R pode ser escrito alternativamente como $1/R$ ou R^{-1} ; a raiz quadrada de p como $\sqrt{p}$ ou $(p)^{1/2}$, e assim por diante.

2) As soluções aqui apresentadas devem servir como referência e não como única solução. Na correção das questões levou-se em conta o raciocínio desenvolvido pelos alunos, cujo desenrolar nem sempre coincidia com a solução aqui proposta.

3) Um único professor, supervisionado pelos demais integrantes da comissão elaboradora das questões, corrigiu todas as provas da 1ª. e 2ª. séries, o que contribuiu significativamente para a manutenção dos critérios de correção.

Questão 01 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

Trata-se de um problema de transmissão de calor por condução por uma peça não homogênea. O estudante deverá perceber que o fluxo de calor que atravessa a peça de prata(A), deverá, integralmente, atravessar a peça de alumínio(B).

a)

I) cálculo da temperatura da junção θ_J

$$\phi = K.S.\Delta\theta / e \quad \text{mas} \quad \phi_A = \phi_B \rightarrow K_A.S_A.(\theta_A - \theta_J) / e_A = K_B.S_B.(\theta_J - \theta_B) / e_B$$

$$K_A.(\theta_A - \theta_J) = K_B.(\theta_J - \theta_B) \rightarrow 400.(100 - \theta_J) = 200.(\theta_J - 0) \therefore \theta_J = 66,7^\circ\text{C}$$

b)

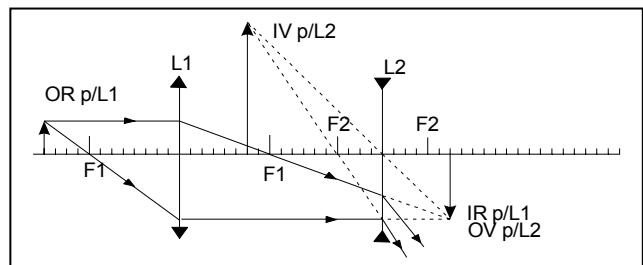
II) cálculo da quantidade de calor

$$\phi_A = \phi_B = E / \Delta t \rightarrow \phi_B = K_B.S_B.(\theta_J - \theta_B) / e_B \rightarrow \phi_B = 200.2.10^{-4}.(66,7 - 0) / 8.10^{-2}$$

$$E = \phi_B. \Delta t \rightarrow E = 33,3\text{J}$$

Questão 02 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema consiste em encontrar, primeiramente, as características da imagem formada por L1 e que requer conhecimentos básicos da óptica geométrica. De posse destes elementos o estudante deverá mostrar mais conhecimentos que o trivial para descobrir as propriedades do objeto para a lente L2 e, finalmente encontrar as características da imagem formada por esta citada lente.



a)

I) determinação da posição (p'_1) e natureza da imagem formada por L1 (lente convergente)

$$1/f_1 = 1/p_1 + 1/p'_1 \rightarrow 1/8 = 1/12 + 1/p'_1 \therefore p'_1 = 24\text{cm} \text{ (imagem real a 24cm de L1)}$$

II) determinação do tamanho e da orientação da imagem (I_1) formada por L1

$$I_1/O_1 = -p'/p \rightarrow I_1/O_1 = (-24)/12 \therefore I_1 = -2 O_1 \text{ (imagem dobrada e invertida)}$$

portanto a imagem formada por L1 está a 36cm da lâmpada (12cm + 24cm), apresenta o dobro do tamanho da lâmpada e está invertida.

b)

III) O estudante deverá mostrar que esta imagem real será um objeto virtual para a lente L2 e, conforme mostra o diagrama, está posicionado a 6cm do centro óptico de L2.

Determinação da posição e natureza da imagem formada por L2 (lente divergente)

$$1/f_2 = 1/p_2 + 1/p'_2 \rightarrow 1/(-4) = 1/(-6) + 1/p'_2 \therefore p'_2 = -12\text{cm} \text{ (imagem virtual a 12cm de L2)}$$

IV) determinação do tamanho da orientação da imagem (I_2) formada por L2

$l_2/O_2 = -p'/p \rightarrow l_2/O_2 = -(-12)/(-6) \therefore l_2 = -2 O_2$ (imagem dobrada e invertida com respeito ao seu objeto)

Como a distância entre as lentes vale 18cm a imagem, formada por L2, está a 18cm da lâmpada (12cm + 18cm – 12cm).

A imagem final mostra o quádruplo do tamanho da lâmpada e, com respeito a ela, tem uma orientação direita pois $l_2 = -2 O_2$ e $l_1 = -2 O_1$ mas $O_2 \equiv I_1$, portanto $l_2 = 4 O_1$

Questão 03 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

Trata-se de um problema de movimento harmônico relativo a um sistema massa-mola. Como dificuldade inicial o estudante deverá descobrir que, para deformar ambas as molas ao afastar o bloco para a direita, por exemplo, surgirão uma compressão com o mesmo valor numérico da tração que surge na outra mola. Ou seja, a constante, das duas molas assim associadas, é igual à soma das constantes de cada uma delas individualmente.

a)

I) cálculo da constante de mola para o oscilador.

$$k = k_1 + k_2 \rightarrow k = 50 + 50 \rightarrow k = 100 \text{ N/m}$$

II) cálculo da aceleração máxima

a aceleração máxima ocorre na posição de máxima deformação (posição de mínima velocidade), ou seja para $x_{\text{máx}} = 10\text{cm}$

$$F_{\text{máx}} = k \cdot x_{\text{máx}} \rightarrow F_{\text{máx}} = 100 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \rightarrow F_{\text{máx}} = 10\text{N}$$

mas $\Sigma F = m \cdot a$ então:

$$10 = 1 \cdot 10^{-2} \cdot a_{\text{máx}} \therefore a_{\text{máx}} = 10 \text{ m/s}^2$$

b)

III) cálculo da energia mecânica do sistema E_m (a partir da energia potencial elástica máxima)

$$E_m = k \cdot (x_{\text{máx}})^2 / 2 \rightarrow E_m = 100 \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2 / 2 \rightarrow E_m = 0,5\text{J}$$

IV) cálculo da energia cinética E_c para $x = 4\text{cm}$

$$E_m = E_c + E_p \rightarrow E_m = E_c + k \cdot (x)^2 / 2 \rightarrow 0,5 = E_c + 100 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 / 2$$

$$0,5 = E_c + 0,08 \therefore E_c = 0,42\text{J}$$

Questão 04 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata da relação entre as variáveis de estado de uma mistura gasosa. A condição inicial parte da mistura de 2 mols de O_2 e de 2 mols de H_2 . Com a combustão o estudante deverá chegar à conclusão de que o número de mols fica alterado para 3 e que estes 3 mols são de substâncias gasosas. A partir deste fato o problema é trivial.

a)

I) cálculo da pressão inicial da mistura gasosa

$$p_1 \cdot V = (n_A + n_B) \cdot R \cdot T_1 \rightarrow p_1 \cdot 0,83 = (2 + 2) \cdot 8,3 \cdot 300 \rightarrow p_1 = 12000 \text{ Pa}$$

b)

II) cálculo do número de mols que tem a mistura gasosa após a combustão



III) cálculo da pressão final da mistura gasosa

$$p_2 \cdot V = (n_C + n_D) \cdot R \cdot T_2 \rightarrow p_2 \cdot 0,83 = (2 + 1) \cdot 8,3 \cdot 400 \rightarrow p_2 = 12000 \text{ Pa}$$

Questão 05 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata da conversão total da energia cinética de um projétil em energia térmica tendo esta sido totalmente absorvida pelo mesmo projétil. A dificuldade está em lançar hipóteses para o estado final, ou seja avaliar se um dos componentes pode ter mudado de estado ou não.

a)

I) cálculo do calor desenvolvido com a deformação do projétil

$$\tau = \Delta E_c \rightarrow \tau = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow \tau = 0 - \frac{1}{2}(50 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3}) \cdot 400^2 \rightarrow \tau = -8000 \text{ J}$$

(o sinal – indica que 8000J de energia cinética foram convertidos em calor)

b)

II) cálculo da temperatura final do projétil (1ª hipótese – sem a fusão do chumbo)

$$Q = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot (\theta - \theta_0) + m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot (\theta - \theta_0) \rightarrow Q = (m_{Pb} \cdot c_{Pb} + m_{Cu} \cdot c_{Cu}) \cdot (\theta - \theta_0)$$

$$8000 = (50 \cdot 10^{-3} \cdot 130 + 50 \cdot 10^{-3} \cdot 400) \cdot (\theta - 50) \therefore \theta = 351,9^\circ\text{C} \text{ que é superior à temperatura de fusão do chumbo. Portanto a temperatura final do projétil } \theta_F \text{ é igual à } 327^\circ\text{C}$$

III) cálculo do calor sensível Q_S absorvido pelo projétil para atingir 327°C

$$Q_S = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot (\theta_F - \theta_0) + m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot (\theta_F - \theta_0) \rightarrow Q_S = (m_{Pb} \cdot c_{Pb} + m_{Cu} \cdot c_{Cu}) \cdot (\theta_F - \theta_0)$$

$$Q_S = (50 \cdot 10^{-3} \cdot 130 + 50 \cdot 10^{-3} \cdot 400) \cdot (327 - 50) \rightarrow Q_S = 7340,5 \text{ J}$$

IV) cálculo do calor latente de fusão Q_L absorvido pelo chumbo

$$Q_L = Q - Q_S \rightarrow Q_L = 8000 - 7340,5 \rightarrow Q_L = 659,5 \text{ J}$$

IV) cálculo da massa fundida Δm de chumbo

$$Q_L = m_{Pb} \cdot L_f \rightarrow 659,5 = \Delta m \cdot 23000 \rightarrow \Delta m = 0,0287 \text{ kg}$$

Questão 06 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema envolve o movimento retilíneo, em uma mesma dimensão do espaço, de dois veículos que colidirão. A dificuldade está em perceber que o tempo de reação do condutor do automóvel deverá ser levado em conta no tratamento algébrico do movimento deste veículo e, também, no caminhão.

a)

I) cálculo do deslocamento Δx_A do automóvel em um $\Delta t = 0,6 \text{ s}$

$$\Delta x_A = v_{0A} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x_A = 30 \cdot 0,6 \rightarrow \Delta x_A = 18 \text{ m}$$

II) cálculo do deslocamento Δx_C do caminhão em um $\Delta t = 0,6 \text{ s}$

$$\Delta x_C = v_C \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x_C = 10 \cdot 0,6 \rightarrow \Delta x_C = 6 \text{ m}$$

III) cálculo da distância d entre os veículos no instante em que os freios são aplicados no automóvel.

$$d = 49,5 - 18 + 6 = 37,5 \text{ m} \text{ ou seja a posição do automóvel relativamente ao caminhão vale, para } t_0 = 0 \text{ s, } x_{0A/C} = -37,5 \text{ m (à esquerda)}$$

IV) cálculo do instante do impacto. A posição do automóvel relativamente ao caminhão reduz-se a zero no instante da colisão. Portanto a equação do MRUV relativo, fica:

$$x_{A/C} = x_{0A/C} + v_{0A/C} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (a_{A/C}) \cdot t^2 \rightarrow 0 = -37,5 + (30 - 10) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot [(-4) - (0)] \cdot t^2 \therefore t = 2,5 \text{ s}$$

adicionando o tempo de reação do condutor do automóvel $\rightarrow t_i = t + 0,6 = 3,1 \text{ s}$

b)

V) cálculo da velocidade da colisão. A velocidade da colisão é dada pela velocidade relativa $v_{A/C}$ entre eles.

$$v_{A/C} = v_{0A/C} + a_{A/C} \cdot t \rightarrow v_{A/C} = (30 - 10) + [(-4) - (0)] \cdot 2,5 \rightarrow v_{A/C} = 10 \text{ m/s}$$

Questão 07 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

Este problema diz respeito à colisão de dois móveis. A dificuldade está, inicialmente, em que a quantidade de movimento do vagão A envolve apenas a massa de A embora o automóvel esteja em seu interior. A segunda dificuldade está em aplicar, após um número grande de colisões, o princípio que diz que em um sistema isolado mecanicamente, a quantidade de movimento sempre se conservará, mesmo que a energia cinética seja diminuída.

a)

I) A velocidade relativa ao vagão é dada pela fórmula de Newton do coeficiente de restituição.

$$v'_B - v'_A = -e \cdot (v_B - v_A) \rightarrow v'_B - v'_A = -0,5 \cdot (0 - 1) \rightarrow v'_{B/A} = 0,50 \text{ m/s}$$

b)

II) cálculo da velocidade do automóvel após um número muito grande de colisões

Ambos caminharão juntos após um número elevado de colisões de modo que $v''_A = v''_B$. Pode-se dizer que a energia cinética reduziu-se a um mínimo, mas a quantidade de movimento não mudou.

$$m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B = m_A \cdot v''_A + m_B \cdot v''_B \rightarrow m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B = (m_A + m_B) \cdot v'' \rightarrow v'' = 0,50 \text{ m/s}$$

Questão 08 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação problema apresentada é resolvida pela aplicação dos conhecimentos do princípio da independência dos movimentos de Galileu e do conhecimento de que as forças internas de um sistema são incapazes de alterar a trajetória do centro de massa (C.M.) do referido sistema.

a)

I) cálculo da velocidade inicial vertical

$$v_{Py}^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot g \cdot y_P \rightarrow 0^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 1125 \quad \therefore v_{0y} = 150 \text{ m/s}$$

II) cálculo do tempo de subida

$$v_{Py} = v_{0y} + g \cdot t_P \rightarrow 0 = 150 + (-10) \cdot t_P \quad \therefore t_P = 15 \text{ s}$$

III) cálculo da velocidade horizontal (invariável)

$$x_P = x_0 + v_x \cdot t_P \rightarrow 3000 = 0 + v_x \cdot 15 \quad \therefore v_x = 200 \text{ m/s}$$

IV) cálculo da posição no instante da explosão ($t = 20 \text{ s}$)

$$\begin{aligned} x_{20} &= x_0 + v_x \cdot t_{20} \rightarrow x_{20} = 0 + 200 \cdot 20 \rightarrow x_{20} = 4000 \text{ m} \\ y_{20} &= y_0 + v_{0y} \cdot t_{20} + \frac{1}{2} \cdot (g \cdot t_{20}^2) \rightarrow y_{20} = 0 + 150 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot 20^2 \rightarrow y_{20} = 1000 \text{ m} \end{aligned}$$

b)

V) cálculo da posição do centro de massa (CM) do sistema 1 segundo após o instante da explosão ($t = 21 \text{ s}$)

$$\begin{aligned} x_{21} &= x_0 + v_x \cdot t_{21} \rightarrow x_{21} = 0 + 200 \cdot 21 \rightarrow x_{21} = 4200 \text{ m} \\ y_{21} &= y_0 + v_{0y} \cdot t_{21} + \frac{1}{2} \cdot (g \cdot t_{21}^2) \rightarrow y_{21} = 0 + 150 \cdot 21 + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot 21^2 \rightarrow y_{21} = 945 \text{ m} \end{aligned}$$

VI) cálculo da posição do fragmento A no instante $t = 21 \text{ s}$ a partir da posição do fragmento B e do centro de massa do sistema

$$\begin{aligned} x_{21} &= m_A \cdot x_{A21} + m_B \cdot x_{B21} / (m_A + m_B) \rightarrow 4200 = 2 \cdot x_{A21} + 4 \cdot 3000 / (2 + 4) \rightarrow x_{A21} = 6600 \text{ m} \\ y_{21} &= m_A \cdot y_{A21} + m_B \cdot y_{B21} / (m_A + m_B) \rightarrow 945 = 2 \cdot y_{A21} + 4 \cdot 300 / (2 + 4) \rightarrow y_{A21} = 2235 \text{ m} \end{aligned}$$

c)

VII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para $t = 20 \text{ s}$ (imediatamente antes da explosão)

$$\begin{aligned} v_{Ax \text{ antes}} &= v_x \rightarrow v_{Ax \text{ antes}} = 200 \text{ m/s} \\ v_{Ay \text{ antes}} &= v_{0y} + g \cdot t_{20} \rightarrow v_{Ay \text{ antes}} = 150 + (-10) \cdot 20 \rightarrow v_{Ay \text{ antes}} = -50 \text{ m/s} \end{aligned}$$

VIII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para $t=20s$ (imediatamente após a explosão)

$$x_{A21} = x_{A20} + v_{Ax \text{ depois}} \cdot (t_{21} - t_{20}) \rightarrow 6600 = 4000 + v_{Ax \text{ depois}} \cdot 1 \quad \therefore v_{Ax \text{ depois}} = 2600 \text{ m/s}$$

$$y_{A21} = y_{A20} + v_{20y \text{ depois}} \cdot (t_{21} - t_{20}) + \frac{1}{2} \cdot (g \cdot (t_{21} - t_{20})^2) \rightarrow 2235 = 1000 + v_{20y \text{ depois}} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot ((-10) \cdot 1^2)$$

$$v_{20y \text{ depois}} = 1240 \text{ m/s}$$

IX) cálculo da força da explosão

$$m_A \cdot v_{Ax \text{ depois}} = m_A \cdot v_{Ax \text{ antes}} + F_x \cdot \Delta t \rightarrow 2 \cdot 2600 = 2 \cdot (200) + F_x \cdot 1 \cdot 10^{-3} \quad \therefore F_x = 4800 \text{ kN}$$

$$m_A \cdot v_{Ay \text{ depois}} = m_A \cdot v_{Ay \text{ antes}} + F_y \cdot \Delta t \rightarrow 2 \cdot 1240 = 2 \cdot (-50) + F_y \cdot 1 \cdot 10^{-3} \quad \therefore F_y = 2580 \text{ kN}$$

$$F = (4800^2 + 2580^2)^{1/2} \rightarrow F = (29696400)^{1/2} \text{ em kN}$$

Questão 09 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata de duas situações, ambas críticas:

a)

I) a primeira trata da iminência do escorregamento quando o caminhão efetua a curva (o diagrama contempla esta situação). Como a carga não pode iniciar o escorregamento, vem:

a) eixo vertical:

$$N \cdot \cos \alpha - F_A \cdot \sin \alpha - P = 0 \quad \text{ou}$$

$$m \cdot g = N \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

b) eixo horizontal (a força centrípeta (F_C) é a força resultante horizontal):

$$F_C = N \cdot \sin \alpha + F_A \cdot \cos \alpha \quad \text{ou}$$

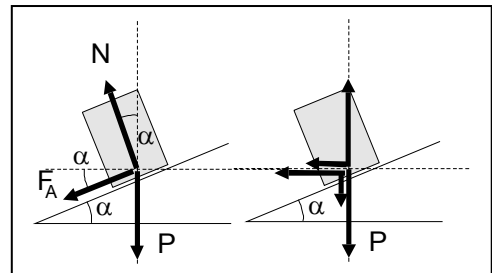
$$mv^2/R = N \cdot \sin \alpha + \mu \cdot N \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

dividindo (1) por (2):

$$R = (v^2/g) \cdot [\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha] / [\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha]$$

$$R = (20^2/10) \cdot [(12/13) - 0,18 \cdot (5/13)] / [(5/13) + 0,18 \cdot (12/13)]$$

$$R = (20^2/10) \cdot [12 - 0,18 \cdot 5] / [5 + 0,18 \cdot 12] \rightarrow R = 62,01 \text{ m}$$



b)

II) a segunda trata de uma frenagem em uma trajetória retilínea e horizontal.

Como é fixada a desaceleração do caminhão o estudante deverá verificar se a força de atrito estático garante a desaceleração igual ao do caminhão. A desaceleração do caminhão vale:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 20 + a \cdot 10 \quad \therefore a = -2 \text{ m/s}^2$$

III) A força de atrito pode fornecer a aceleração a_E

$$F_{AE} = m \cdot a_E \rightarrow \mu_E \cdot N = m \cdot a_E \rightarrow \mu_E \cdot m \cdot g = m \cdot a_E \quad \therefore a_E = -1,8 \text{ m/s}^2 \quad (\text{a bobina escorrega e a sua desaceleração } a_B \text{ é garantida pela força de atrito cinemático (ou de escorregamento)})$$

IV) cálculo da desaceleração

$$F_{AC} = m \cdot a_B \rightarrow \mu_C \cdot N = m \cdot a_B \rightarrow \mu_C \cdot m \cdot g = m \cdot a_B \quad \therefore a_B = -1,5 \text{ m/s}^2$$

V) A velocidade com que o carretel colide contra a cabina é a velocidade relativa entre a bobina e a cabina $v_{B/C}$

$$v_{B/C}^2 = v_{0B/C}^2 + 2 \cdot a_{B/C} \cdot x_{A/C} \rightarrow v_{B/C}^2 = (v_{0B} - v_{0C})^2 + 2 \cdot (a_B - a_C) \cdot x_{A/C} \rightarrow$$

$$v_{B/C}^2 = (0)^2 + 2 \cdot [(-1,5) - (-2)] \cdot 2 \rightarrow v_{B/C} = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

Questão 10 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema envolve a transformação da energia potencial gravitacional em outras modalidades de energia mecânica num ambiente em que existe uma força dissipativa.

a)

I) Cálculo da medida b correspondente à máxima deformação da mola

$$E_{pg} = E_{pe \text{ máx}} + \tau_{\text{atrito máx}} \rightarrow m \cdot g \cdot y = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 + F \cdot d \rightarrow m \cdot g \cdot (a+b) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot b^2 + F \cdot (a+b)$$

$$2,5 \cdot 10 \cdot (2+b) = \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot b^2 + 5 \cdot (2+b) \rightarrow 60 \cdot b^2 - 20 \cdot b - 40 = 0 \rightarrow b = 1 \text{ m}$$

b)

II) Cálculo da posição x da peça cilíndrica correspondente à máxima velocidade dele. (A máxima velocidade corresponde à aceleração mínima, ou seja, força resultante nula)

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow P - F_{\text{atrito}} - F_{\text{elástica}} = 0 \rightarrow m \cdot g - F_{\text{atrito}} - k \cdot x = 0$$

$$2,5 \cdot 10 - 5 - 120 \cdot x = 0 \therefore x = 1/6 \text{ m}$$

III) Cálculo da velocidade máxima da peça cilíndrica (correspondente a $x = 1/6 \text{ m}$)

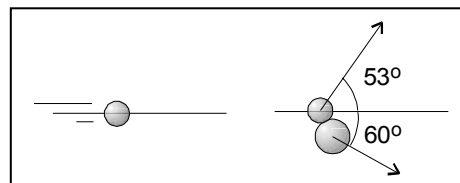
$$E_{\text{pg}} = E_c + E_{\text{pe}} + \tau_{\text{atrito}} \rightarrow m \cdot g \cdot y = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 + F \cdot d$$

$$m \cdot g \cdot (a+x) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{máx}}^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 + F \cdot (a+x)$$

$$2,5 \cdot 10 \cdot (2 + 1/6) = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot v_{\text{máx}}^2 + \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot (1/6)^2 + 5 \cdot (2 + (1/6)) \rightarrow v_{\text{máx}} = (10 \cdot \sqrt{3}) / 3 \text{ m/s}$$

Questão 11 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema versa sobre colisões em duas dimensões do espaço. Como a quantidade de movimento é conservada temos que, no eixo vertical, ela é nula. Portanto:



$$\Sigma Q_{\text{antes}}(y) = \Sigma Q_{\text{depois}}(y) \rightarrow 0 = m_P \cdot v_{Py} + m_N \cdot v_{Ny}$$

$$0 = m_P \cdot v_{Py} + 4 \cdot m_N \cdot v_{Ny}$$

$$0 = 1 \cdot v_P \cdot \sin(53^\circ) + 4 \cdot v_N \cdot \sin(300^\circ)$$

$$0 = v_P \cdot \sin(53^\circ) + 4 \cdot v_N \cdot \sin(300^\circ) \therefore v_P / v_N = 4 \cdot 0,87 / 0,80 \rightarrow v_P / v_N = 4,35$$

Questão 12 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação apresentada trata da medida do peso de um corpo no ar e em seguida imerso na água. Como é sugerido o uso de uma densidade nula do ar, o valor do peso da estátua lido em uma balança não é afetado pelo empuxo do ar. No caso da imersão na água o empuxo tem que ser considerado.

I) cálculo dos volumes de cada material

$$\text{pesando no ar: } P = \mu_{\text{Al}} \cdot V_{\text{Al}} \cdot g + \mu_{\text{Au}} \cdot V_{\text{Au}} \cdot g \rightarrow 5 = 2500 \cdot V_{\text{Al}} \cdot 10 + 20000 \cdot V_{\text{Au}} \cdot 10$$

$$\text{empuxo da água: } E = \mu_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (V_{\text{Al}} + V_{\text{Au}}) \cdot g \rightarrow 0,5 = 1000 \cdot (V_{\text{Al}} + V_{\text{Au}}) \cdot 10$$

$$\text{resolvendo o sistema formado com as duas expressões, temos:}$$

$$175000 \cdot V_{\text{Au}} = 3,75 \therefore V_{\text{Au}} = 2,142 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

II) Cálculo da massa de ouro na estátua

$$m = \mu \cdot V \rightarrow m = 20000 \cdot 2,142 \cdot 10^{-5} = 0,429 \text{ kg}$$

Questão 13 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema refere-se ao custo de aquisição "preço" de lâmpadas e do custo "c" para mantê-las funcionando. Basta ao estudante montar as equações dos custos "C = preço + c \cdot \Delta t" em função do tempo de funcionamento de cada uma delas.

a)

I) Cálculo do consumo energético diário de cada lâmpada.

$$\text{incandescente} \Rightarrow \tau_{\text{inc}} = P \cdot \Delta t_{\text{diário}} \rightarrow \tau_{\text{inc}} = 0,075 \cdot 8 \rightarrow \tau_{\text{inc}} = 0,6 \text{ kw.h / dia}$$

$$\text{eletrônica} \Rightarrow \tau_{\text{ele}} = P \cdot \Delta t_{\text{diário}} \rightarrow \tau_{\text{ele}} = 0,025 \cdot 8 \rightarrow \tau_{\text{ele}} = 0,2 \text{ kw.h / dia}$$

II) Cálculo do custo diário de energia elétrica de cada lâmpada.

$$\text{incandescente} \Rightarrow c_{\text{inc}} = \tau_{\text{inc}} \cdot 0,35 \text{ reais/kW.h} \rightarrow c_{\text{inc}} = 0,21 \text{ reais / dia}$$

$$\text{eletrônica} \Rightarrow c_{\text{ele}} = \tau_{\text{ele}} \cdot 0,35 \text{ reais/kW.h} \rightarrow c_{\text{ele}} = 0,07 \text{ reais / dia}$$

III) Cálculo do custo anual de energia elétrica para a lâmpada eletrônica

$$c_{\text{ele}}(\text{anual}) = c_{\text{ele}} \cdot 365 \rightarrow c_{\text{ele}}(\text{anual}) = 0,07 \cdot 365 \rightarrow c_{\text{ele}}(\text{anual}) = 25,55 \text{ reais}$$

b)

IV) Equações dos custos de cada lâmpada

$$\text{incandescente} \Rightarrow C_{\text{inc}} = \text{preço}_{\text{inc}} + c_{\text{inc}} \cdot \Delta t \rightarrow C_{\text{inc}} = 2 + 0,21 \cdot \Delta t$$

$$\text{eletrônica} \Rightarrow C_{\text{ele}} = \text{preço}_{\text{ele}} + c_{\text{ele}} \cdot \Delta t \rightarrow C_{\text{ele}} = 16 + 0,07 \cdot \Delta t$$

V) Cálculo do tempo em que os custos ficam iguais. Resolvendo o sistema anteriormente montado, vem:

$$2 + 0,21 \cdot \Delta t = 16 + 0,07 \cdot \Delta t \quad \therefore \Delta t = 100 \text{ dias}$$

Questão 14 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata de um dispositivo usado para se avaliar a potência mecânica de uma máquina rotativa. As molas correspondem a dois dinamômetros que juntamente com a correia formam um dispositivo em que a resultante das forças vale zero. Ou seja a força de atrito da correia contra a polia vale a diferença das trações entre as molas:

a)

I) Cálculo da força de atrito

$$F_A = F_1 - F_2 \rightarrow F_A = 400 - 100 \rightarrow F_A = 300 \text{ N}$$

II) Cálculo do trabalho de atrito durante uma volta

$$\tau = F \cdot d \rightarrow \tau = F_A \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \rightarrow \tau = 300 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0,05 \rightarrow \tau = 90 \text{ J}$$

b)

III) Cálculo do período T de rotação (tempo de duração de uma única volta)

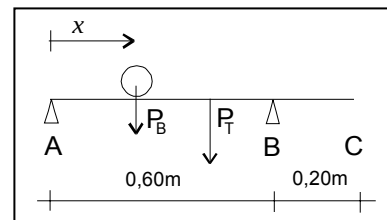
$$T = 1 / f \rightarrow T = 1 / 20 \text{ s}$$

IV) Cálculo da potência mecânica do motor

$$P = \tau / T \rightarrow P = 90 / (1 / 20) \rightarrow P = 1800 \text{ W}$$

Questão 15 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata de uma questão de cálculo de reações de apoio em uma barra com dois apoios. A segunda pergunta do problema solicita uma expressão, o que torna o problema um pouco mais complexo.



a)

I) Cálculo da reação de apoio no ponto A quando a bola está no ponto B

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow -R_A \cdot 0,6 + P_T \cdot 0,2 + P_B \cdot 0,6 = 0$$

$$-R_A \cdot 0,6 + 300 \cdot 0,2 + 100 \cdot 0,6 = 0 \rightarrow R_A = 100 \text{ N}$$

b)

II) Expressão que dá o valor de R_B como uma função da posição da bola ao se deslocar desde A até C. É conveniente calcular uma expressão do momento estático relativamente ao ponto A pois a posição x é referida a este ponto.

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow P_B \cdot x + P_T \cdot 0,4 - R_B \cdot 0,6 = 0 \rightarrow 100 \cdot x + 300 \cdot 0,4 - R_B \cdot 0,6 = 0$$

$$0,6 \cdot R_B = 100 \cdot x + 120$$

III) Expressão que dá o valor de R_A

$$\Sigma F_Y = 0 \rightarrow R_A + R_B - P_T - P_B = 0 \rightarrow R_A + R_B - 300 - 100 = 0 \quad \therefore R_B = 400 - R_A$$

substituindo na expressão em II

$$0,6 \cdot (400 - R_A) = 100 \cdot x + 120 \rightarrow 240 - 0,6 \cdot R_A = 100 \cdot x + 120 \quad \therefore R_A = 200 - (100 / 0,6) \cdot x$$

Questão 16 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação proposta envolve o movimento de corpos sob a influência do atrito. Deve o estudante estar atento ao fato de que é decisivo analisar a situação do empilhamento dos blocos. Considerado este fato, torna-se o problema trivial.

a)
I) Isolando o corpo A e aplicando a 2ª lei de Newton

$$T - F_{A/B} = m_A \cdot a \quad \rightarrow \quad T - \mu_{A/B} \cdot (P_A) = m_A \cdot a$$

$$T - \mu_{A/B} \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot a \quad \rightarrow \quad T - 0,50 \cdot 3 \cdot 10 = 3 \cdot a$$

$$T - 15 = 3 \cdot a \quad (1)$$

II) Isolando o corpo B e aplicando a 2ª lei de Newton

$$F - F_{A/B} - F_{A/P} - T = m_B \cdot a$$

$$F - \mu_{A/B} \cdot P_A - \mu_{B/P} \cdot (P_A + P_B) - T = m_B \cdot a$$

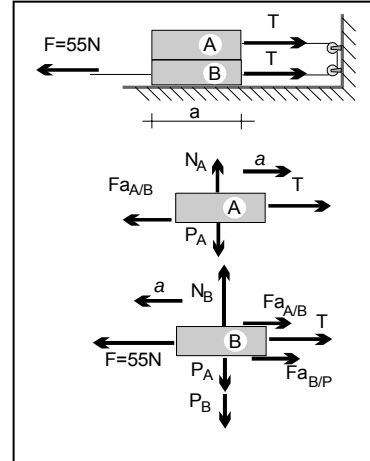
$$F - \mu_{A/B} \cdot m_A \cdot g - \mu_{B/P} \cdot (m_A + m_B) \cdot g - T = m_B \cdot a$$

$$55 - 0,50 \cdot 3 \cdot 10 - 0,40 \cdot (3 + 2) \cdot 10 - T = 2 \cdot a$$

$$20 - T = 2 \cdot a \quad (2)$$

III) Do sistema formado por (1) e por (2) vem:

$$a = 1 \text{ m/s}^2$$



b)
IV) Para alinhar verticalmente como solicitado no texto, os blocos devem-se deslocar por uma medida $\Delta x = a/4$, ou seja 0,45m.

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad \Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$0,045 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 \quad \therefore \quad t = 0,3 \text{ s}$$

Questão 17 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação abordada trata da variação da quantidade de movimento e do impulso de uma força associado a esta variação. Deve o estudante levar em conta a bidimensionalidade da situação ou seja, compreender o evento segundo as duas direções do plano.

I) em 1s, 0,5kg (0,5 dm³) de água se movimenta a 2m/s. portanto, no eixo horizontal temos, a partir da expressão $Q_{\text{final}} = Q_{\text{inicial}} + F \cdot \Delta t$:

$$-m \cdot v_x = m \cdot v_x + F_x \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad -0,5 \cdot 2 \cdot \cos(37^\circ) = 0,5 \cdot 2 \cdot \cos(37^\circ) + F_x \cdot 1$$

$$-0,5 \cdot 2 \cdot 0,8 = 0,5 \cdot 2 \cdot 0,8 + F_x \cdot 1 \quad \therefore \quad F_x = -1,6 \text{ N}$$

II) no eixo vertical, temos:

$$-m \cdot v_y = -m \cdot v_y + F_y \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad -0,5 \cdot 2 \cdot \sin(37^\circ) = -0,5 \cdot 2 \cdot \sin(37^\circ) + F_y \cdot 1 \quad \therefore \quad F_y = 0 \text{ N}$$

III) Cálculo da força atuante

$$F = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2} \quad \rightarrow \quad F = 1,6 \text{ N}$$

Questão 18 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O texto dessa questão possibilitou dupla interpretação. No sentido de evitar prejuízo aos alunos, duas soluções foram consideradas aceitáveis e as provas foram corrigidas de acordo com a interpretação dada pelo aluno.

1ª solução:

O menino caminha 4m da prancha (mov. relativo à prancha)

a)
I) Cálculo da velocidade do menino relativamente à prancha:

$$v'_{m/p} = \Delta x_{m/p} / \Delta t \quad \rightarrow \quad v'_{m/p} = 4 / 10 \quad \rightarrow \quad v'_{m/p} = 0,4 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad v'_m - v'_p = 0,4 \quad (1)$$

II) Expressão da invariância da quantidade de movimento:

Q antes do menino andar = Q depois do menino andar

$$m_m \cdot v_m + m_p \cdot v_p = m_m \cdot v'_m + m_p \cdot v'_p \rightarrow 40.0 + 80.0 = 40 \cdot v'_m + 80 \cdot v'_p$$

$$v'_m + 2 \cdot v'_p = 0 \quad ()$$

III) Cálculo da velocidade do menino relativamente ao ancoradouro:

unindo (1) e (2) $-3 \cdot v'_p = 0,4 \rightarrow v'_p = 0,4 / -3 \rightarrow v'_p = -0,133 \text{ m/s}$

$$v'_m = -0,267 \text{ m/s}$$

b)

IV) Cálculo do afastamento absoluto da prancha Δx_p

$$\Delta x_p = v'_p \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x_p = -0,133 \cdot 10 \rightarrow \Delta x_p = -1,33 \text{ m}$$

2ª solução:

O menino caminha 4m sobre a prancha (mov. relativo ao ancoradouro)

a)

I) Cálculo da velocidade do menino relativamente ao ancoradouro:

$$v'_m = \Delta x_m / \Delta t \rightarrow v'_m = 4 / 10 \rightarrow v'_m = 0,4 \text{ m/s}$$

b)

II) Expressão da invariância da quantidade de movimento:

Q antes do menino andar = Q depois do menino andar

$$m_m \cdot v_m + m_p \cdot v_p = m_m \cdot v'_m + m_p \cdot v'_p \rightarrow 40.0 + 80.0 = 40 \cdot 0,4 + 80 \cdot v'_p$$

$$v'_p = -0,2 \text{ m/s} \quad (II)$$

III) Cálculo do afastamento absoluto da prancha Δx_p

$$\Delta x_p = v'_p \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x_p = -0,2 \cdot 10 \rightarrow \Delta x_p = -2,0 \text{ m}$$

Questão 19 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação proposta no problema sugere o cálculo do valor da aceleração a que o satélite está submetido e, à partir da lei da gravitação, calcular a aceleração gravitacional para a superfície do planeta.

I) Cálculo da velocidade escalar do satélite:

$$v = 2 \cdot \pi \cdot r / T$$

II) Cálculo da aceleração (movimento circular e uniforme) a que o satélite está submetido:

$$a = v^2 / r \rightarrow a = (2 \cdot \pi \cdot r / T)^2 / r \rightarrow a = 4 \cdot \pi^2 \cdot r / T^2$$

mas $a = GM / r^2$, portanto:

$$4 \cdot \pi^2 \cdot r / T^2 = GM / r^2 \rightarrow T^2 / r^3 = 4 \cdot \pi^2 / GM \quad \therefore \quad GM = 4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 / T^2 \quad (I)$$

III) Cálculo do campo gravitacional superficial:

$$g_{\text{sup}} = GM / R_{\text{sup}}^2 \rightarrow g_{\text{sup}} = (4 \cdot \pi^2 \cdot r^3) / (T \cdot R_{\text{sup}})^2$$

$$g_{\text{sup}} = (4 \cdot 3^2 \cdot (1,5 \cdot 10^8)^3) / (864000 \cdot 5 \cdot 10^6)^2 \rightarrow g_{\text{sup}} = 6,7 \text{ m/s}^2$$

Questão 20 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata do equilíbrio do ponto material e deve ser aplicado nos pontos A e B e na roldana.

I) Cálculo da tração T_d (a partir do ponto A)

$$\begin{aligned}\Sigma F_Y = 0 &\rightarrow -T_f + T_d \sin(180 - \alpha) = 0 \\ -P_2 + T_d \sin(143^\circ) = 0 &\rightarrow T_d = 0,6 \cdot P_2\end{aligned}$$

II) Cálculo de T_c (a partir do ponto B)

$$\begin{aligned}\Sigma F_X = 0 \\ T_d \cos(180 - \alpha) + T_c \sin(\beta/2) - T_b \sin(\beta/2) &= 0 \\ + T_d \sin 53^\circ + T_c \sin 53^\circ - T_b \sin 53^\circ &= 0 \\ + (0,6 \cdot P_2) \cdot 0,8 + T_c \cdot 0,8 - T_b \cdot 0,8 &= 0 \quad (1) \\ \Sigma F_Y = 0 \\ -T_d \cos(180 - \alpha) + T_c \cos(\beta/2) + T_b \cos(\beta/2) &= 0 \\ -T_d \cos(53^\circ) + T_c \cos(53^\circ) + T_b \cos(53^\circ) &= 0 \\ -(0,6 \cdot P_2) + T_c \cdot 0,6 + T_b \cdot 0,6 &= 0 \quad (2) \\ \text{resolvendo o sistema (1) e (2), vem que:} \\ T_c = 0 \quad \text{e} \quad T_b = T_c = 0,6 \cdot P_2\end{aligned}$$

III) Determinação de T_a e P_1 (análise na polia)

$$T_b = T_a \text{ mas } T_a = P_1 \quad \text{logo} \quad P_1 = 0,6P_2$$

